VITESSE DE MÉLANGE EN DYNAMIQUE HYPERBOLIQUE

DEA de Mathématiques — Université Paris 7-Denis Diderot
Cours spécialisé (niveau 1,5-2) — 2e semestre 2003-04

Viviane Baladi

La "dépendance sensible des conditions initiales" implique que les trajectoires individuelles des systèmes dynamiques chaotiques sont imprévisibles. En revanche, de nombreux tels systèmes peuvent être décrits de manière statistique: le destin asymptotique de (Lebesgue-)presque toute condition initiale est décrit par une mesure de probabilité invariante ergodique, la mesure de Sinai-Ruelle-Bowen (SRB). Dans les bons cas, cette mesure a souvent une propriété de vitesse de mélange exponentielle, qui est cependant beaucoup plus difficile à établir dans le cas du temps continu (flots) que pour le temps discret. L'ambition de ce cours est de donner une preuve de la décroissance exponentielle des corrélations pour une classe de flots hyperbolique. Cela sera un prétexte pour donner une introduction aux systèmes dynamiques.

Programme

1. Mesures invariantes, ergodicité, mélange et vitesse de mélange: Définitions et premiers exemples montrant l'utilité des opérateurs de transfert et le lien avec les fonctions zêta dynamiques dans le cadre le plus simple (décalages de type fini, doublement de l'angle sur le cercle, applications uniformément dilatantes...).
2. Mesures SRB et décroissance exponentielle des corrélations pour des difféomorphismes uniformément hyperboliques. (Partitions de Markov et dynamique symbolique et/ou opérateur de transfert à la Blank–Keller–Liverani.)
3. Flots hyperboliques. Décroissance des corrélations pour certains flots d'Anosov (notamment le cas des flots géodésiques). (On choisira entre la preuve de Dolgopyat ou la méthode plus puissante de Liverani.)

Connaissances requises: notions de base de théorie de la mesure – spectre et vecteurs propres des matrices finies (y compris Perron-Frobenius, si possible).

Bibliographie:

V. Baladi, *Positive transfer operators and decay of correlations,* World Scientific, 2000.
M. Blank, G. Keller et C. Liverani, *Ruelle-Perron-Frobenius spectrum for Anosov maps,* Nonlinearity, 15 (2002), 1905-1973.
R. Bowen, *Equilibrium states and the ergodic theory of Anosov diffeomorphisms,* Lecture Notes in Mathematics, Vol. 470. Springer-Verlag, Berlin-New York (1975).
D. Dolgopyat, *On decay of correlations in Anosov flows,* Ann. of Math., 147 (1998), 357–390.
C. Liverani, *On contact Anosov flows,* prépublication (2002), à paraître Ann. of Math., sur `www.arxiv.org`.