MÉLANGE ET VITESSE DE MÉLANGE EN DYNAMIQUE

Cours de IIIe cycle (mercredi 13h30-14h45 à Lausanne) Semestre d'hiver 1998-99

Viviane Baladi

La "dépendance sensible des conditions initiales" implique que les trajectoires individuelles des systèmes dynamiques chaotiques sont imprévisibles à long terme. En revanche, de nombreux tels systèmes (plus précisément, ceux qui possèdent des propriétés d'hyperbolicité assez fortes) peuvent être décrits de manière statistique: le destin asymptotique de (Lebesgue-)presque toute condition initiale est décrit par une mesure de probabilité invariante ergodique, appelée mesure de Sinai-Ruelle-Bowen en l'honneur des pionniers de cette théorie dans les années 1970. Ces dernières années, on a non seulement affaibli les hypothèses d'hyperbolicité, mais aussi raffiné l'étude des propriétés ergodiques des mesures de SRB: propriétés de mélange, vitesses de mélange et de décroissance des corrélations (surtout mais non exclusivement dans le cas exponentiel), théorème limite central, etc.

On effectuera un survol des différents résultats et techniques (opérateurs de transferts: quasicompacité ou cônes de Garrett Birkhoff, mais aussi techniques de couplages pour les chaînes de Markov, etc.) connus à l'heure actuelle pour des dynamiques déterministes et leurs petites perturbations stochastiques. Les démonstrations seront données en détail dans les cas les plus simples (dynamique symbolique, aplications de l'intervalle dilatantes par morceaux, voire famille logistique), on se contentera des énoncés pour les situations plus délicates (billards, transformation de Hénon, ou le cas épineux des systèmes dynamiques à temps continu – notamment les flots géodésiques en courbure négative non constante – liens avec les fonctions zêta dynamiques).

Typeset by $\mathcal{A}_{\mathcal{M}}\mathcal{S}$-TEX